

# 基于 QoS 的多小区下行 TDD 大规模 MIMO 系统顽健波束成形

曹杰<sup>1,3</sup>, 廖勇<sup>2,3</sup>, 沈轩帆<sup>2</sup>

(1. 东华理工大学机械与电子工程学院, 江西 南昌 330031;

2. 重庆大学飞行器测控与通信教育部重点实验室, 重庆 400044;

3. 西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘 要:** 针对非理想信道状态信息 (CSI, channel state information) 下的多小区下行时分复用 (TDD, time division multiplexing) 大规模多入多出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 系统, 研究了基于服务质量 (QoS, quality of service) 的发射功率和小区间泄露功率最小的波束成形问题。首先, 将目标问题近似成凸优化问题, 然后, 利用上下行链路对偶性, 提出一种内外层迭代算法。数值分析结果表明, 所提算法与其他几种典型的多小区波束成形算法相比, 在算法复杂度和能量效率性能指标方面具有明显优势。

**关键词:** 多小区; 大规模 MIMO; 波束成形; 上下行链路对偶

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

## Robust beamforming for multicell downlink TDD massive MIMO system based on QoS

CAO Jie<sup>1,3</sup>, LIAO Yong<sup>2,3</sup>, SHEN Xuan-fan<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, East China Institute of Technology, Nanchang 330031, China;

2. Key Laboratory of Aircraft TT&C and Communication, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

3. The State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In view of multicell downlink time division multiplexing (TDD) massive multiple-input multiple-output (MIMO) systems which had imperfect channel state information (CSI), the beamforming problem that minimized the total transmit power and signal leakage power based on quality of service (QoS) was studied. First, the objective problem was approximated as a standard convex optimization problem. Then, by using the duality of uplink and downlink, an inner and outer layer iterative algorithm was proposed. Numerical results show that, comparing with other typical downlink multicell massive MIMO beamforming algorithms, the proposed algorithm has obvious advantages in terms of complexity and energy efficiency.

**Key words:** multicell, massive MIMO, beamforming, uplink-downlink duality

### 1 引言

大规模多入多出 (MIMO, multiple-input multiple-output) 技术通过在基站 (BS, base station) 侧配置数十甚至数百根天线, 能够获得较高的空间分

集和复用增益, 从而极大提升系统性能, 其已成为 5G 以及未来移动通信系统的核心技术<sup>[1]</sup>。在多小区下行时分复用 (TDD, time division multiplexing) MIMO 系统中, BS 通过上行链路发送训练序列, 并根据上下行链路互惠性, 得到下行链路的 (CSI,

收稿日期: 2017-03-21; 修回日期: 2017-09-19

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (No. 61501066); 重庆市基础与前沿研究计划基金资助项目 (No. cstc2015jcyjA40003); 西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室开放基金资助项目 (No. ISN16-03); 中央高校基本科研业务基金资助项目 (No. 106112017CDJXY500001)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No. 61501066), The Chongqing Frontier and Applied Basic Research Project (No. cstc2015jcyjA40003), The Open Fund of the State Key Laboratory of Integrated Services Networks of Xidian University (No. ISN16-03), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. 106112017CDJXY500001)

channel state information) 从而可以避免大量的信道状态信息反馈。多个 BS 在同一时频资源上与多个用户进行通信, 用户不可避免地受到多用户干扰和小区间干扰<sup>[2]</sup>。为了消除这种干扰, 通常选择在 BS 端进行波束成形。

在多小区下行 MIMO 系统波束成形设计中, 用户服务质量 (QoS, quality of service) 是其中非常重要的指标。传统基于 QoS 的多小区下行 MIMO 波束成形设计主要有: 功率约束下最大化最差用户的信干噪比 (SINR, signal to interference plus noise ratio)、SINR 约束下最小化发射信号功率。文献[3]考虑了多小区下行 MIMO 系统中功率约束下最大化最差用户 SINR 的波束成形问题, 虽然能够保证通信系统的公平性, 但只考虑优化了最差用户性能, 会影响信道环境较好用户的性能, 造成系统性能损失。文献[4]研究了多小区 MIMO 系统中 SINR 约束下最小化发射信号功率的波束成形问题, 该算法能够有效保证 QoS 需求, 但是会导致某些信道环境较差的小区, 为了达到 QoS 条件, 增加该小区发射信号功率, 使其他小区受到的小区间干扰加大, 从而影响整个多小区 MIMO 系统的性能。

为了解决上述问题, 文献[5]把小区间泄露功率引入到优化函数中, 研究了功率约束下的最大化最差 SINR 问题, 其需要使用凸优化工具包进行求解, 复杂度较高, 而且该算法假设 BS 能够获得理想 CSI, 而实际上 BS 不可能获得理想 CSI。

求解基于 QoS 的多小区下行 MIMO 系统波束成形问题, 待优化的波束成形变量之间相互耦合, 求解复杂度极高, 这给求解带来了极大的困难。而上下行链路对偶被认为是解决多小区下行 MIMO 系统波束成形的工具, 能够把复杂的多小区下行链路发射波束成形问题转换到较简单的上行链路接收波束成形问题, 从而消除多小区下行 MIMO 系统波束成形变量之间的耦合性, 极大降低复杂度<sup>[6,7]</sup>。

针对上述问题, 本文研究了非理想 CSI 下的多小区下行 TDD 大规模 MIMO 系统中的波束成形设计, 其主要贡献如下: 在满足 QoS 约束的条件下, 以信号发射总功率和小区间泄露功率之和作为目标函数, 并考虑信道误差的影响, 首先, 根据矩阵相关理论将目标问题近似成标准的凸优化问题。然后, 利用上下行链路对偶性, 获得目标问题的上行链路对偶问题, 并提出一种内外层迭代算法求解上

行链路对偶问题。最后通过仿真验证本文所提算法的正确性和有效性。

## 2 系统模型

考虑由  $C$  个小区组成的多小区下行 TDD 大规模 MIMO 系统, 每个小区均只有一个 BS, 每个 BS 服务  $K$  个用户<sup>[8]</sup>。假设 BS 配置  $M$  根发送天线, 每个用户配置 1 根接收天线, 如图 1 所示。

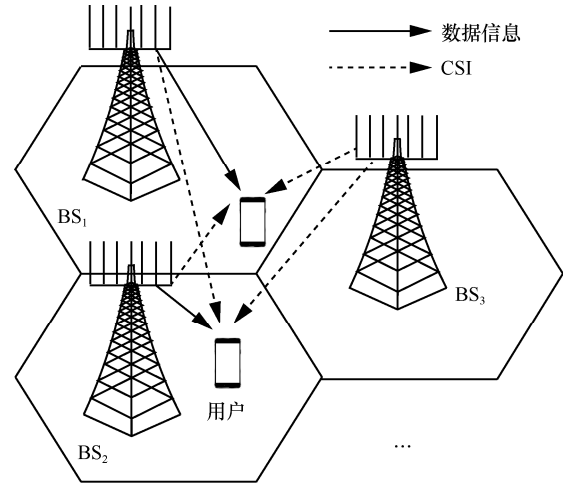


图 1 多小区下行 TDD 大规模 MIMO 系统

基站  $i$  中第  $k$  个用户用  $U_{(k,i)}$  表示, 从  $BS_j$  到  $U_{(k,i)}$  的信道表示为  $\mathbf{h}_{(k,i)}^j \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ , 其元素相互独立且为零均值、单位方差的复高斯随机变量。BS <sub>$i$</sub>  为  $U_{(k,i)}$  设置的波束成形向量, 用  $\mathbf{v}_{(k,i)} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  表示, BS <sub>$i$</sub>  发送到  $U_{(k,i)}$  的数据信号为  $\mathbf{x}_{(k,i)}$ , 因此,  $U_{(k,i)}$  接收到的信号  $\mathbf{y}_{(k,i)}$  为

$$\mathbf{y}_{(k,i)} = \mathbf{h}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \mathbf{x}_{(k,i)} + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{h}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(l,i)} \mathbf{x}_{(l,i)} + \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^K \mathbf{h}_{(k,i)}^j \mathbf{v}_{(l,j)} \mathbf{x}_{(l,j)} + \mathbf{n}_{(k,i)} \quad (1)$$

其中, 第一项为  $U_{(k,i)}$  的有用信号; 第二项为  $U_{(k,i)}$  受到的多用户干扰; 第三项是  $U_{(k,i)}$  受到的小区间干扰;  $\mathbf{n}_{(k,i)}$  为  $U_{(k,i)}$  接收到的噪声, 其为零均值、单位方差的复高斯白噪声。设定  $\mathbb{E}(\|\mathbf{x}_{(k,i)}\|^2) = 1$ ,  $U_{(k,i)}$  的 SINR 用  $\gamma_{(k,i)}$  表示, 则  $\gamma_{(k,i)}$  为

$$\gamma_{(k,i)} = \frac{|\mathbf{h}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)}|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^K |\mathbf{h}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(l,i)}|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^K |\mathbf{h}_{(k,i)}^j \mathbf{v}_{(l,j)}|^2 + 1} \quad (2)$$

令  $\rho_{(k,i)}$  表示小区间干扰,  $\rho_{(k,i)} = \sum_{j=1}^C \sum_{l=1}^K \mathbf{h}_{(k,i)}^j \mathbf{v}_{(l,j)} \mathbf{x}_{(l,j)}$ , 即其他小区泄露  $U_{(k,i)}$  的干扰信号, 对于  $BS_i$  而言,  $\rho_{(k,i)}$  可以认为是一个遍历随机过程, 其值能够在前一时刻计算获得<sup>[5,9]</sup>. 令  $\zeta_{(k,i)} = |\rho_{(k,i)}|^2$ , 则  $U_{(k,i)}$  能够根据  $\rho_{(k,i)}$  计算出  $\zeta_{(k,i)}$ , 并通过上行链路回传给 BS, 因此, 小区间干扰信号功率  $\zeta_{(k,i)}$  对于 BS 而言是已知的.

$$\gamma_{(k,i)} = \frac{|\mathbf{h}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)}|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^C \sum_{j=1}^K |\mathbf{h}_{(k,i)}^j \mathbf{v}_{(l,j)}|^2 + \zeta_{(k,i)} + 1} \quad (3)$$

假定 BS 只能获得非理想 CSI, 本文采用球形信道误差模型, 球形信道误差模型适用于量化误差为主的 TDD 通信系统<sup>[10]</sup>, 实际 CSI 与 BS 获得的非理想 CSI 的关系表示为

$$\mathbf{h}_{(k,i)}^i = \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \mathbf{A}_{(k,i)}^i \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{h}_{(k,i)}^i$  是实际 CSI;  $\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i$  是 BS 获得的 CSI;  $\mathbf{A}_{(k,i)}^i$  是信道误差向量, 并设定  $\|\mathbf{A}_{(k,i)}^i\|^2 \leq \varepsilon_{(k,i)}^i$ , 即信道不确定性区域满足半径为  $\varepsilon_{(k,i)}^i$  的球形约束.

### 3 问题描述

在满足 QoS 的情况下, 将小区间泄露功率引入到优化函数中, 优化问题目标函数为发射功率以及小区间泄露功率之和, 多小区下行大规模 MIMO 波束成形问题描述为

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^C \left[ \sum_{k=1}^K \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^K (\mathbf{v}_{(k,i)})^H (\mathbf{h}_{(l,j)}^i)^H \mathbf{h}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right] \\ \text{s.t.} & \gamma_{(k,i)} \geq \tau_{(k,i)}, \quad \forall i, k \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\sum_{i=1}^C \sum_{k=1}^K \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2$  为  $C$  个基站的发射功率之和,  $\sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^K (\mathbf{v}_{(k,i)})^H (\mathbf{h}_{(l,j)}^i)^H \mathbf{h}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)}$  为小区间泄露功率之和, 式(5)将总发射功率作为效应函数, 小区间泄露功率作为惩罚函数, 优化目标函数为效应函数和惩罚函数之和, 其能够获得总发射功率以及小区间泄露功率之间的平衡, 从而最大限度地优化系统

性能. 另外, 由于 BS 只能获得非理想的 CSI, 为了充分保证区域中每个用户的 QoS, 本文考虑 CSI 最差情况下的波束成形. 因此, 最差情况下的多小区下行大规模 MIMO 顽健波束成形问题描述为

$$\begin{aligned} \min & \max_{\|\mathbf{A}_{(l,j)}^i\|^2 \leq \varepsilon_{(l,j)}^i} \\ & \sum_{i=1}^C \left[ \sum_{k=1}^K \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^K (\mathbf{v}_{(k,i)})^H (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \mathbf{A}_{(l,j)}^i)^H (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \mathbf{A}_{(l,j)}^i) \mathbf{v}_{(k,i)} \right] \\ \text{s.t.} & \min_{\|\mathbf{A}_{(k,i)}^i\|^2 \leq \varepsilon_{(k,i)}^i} \frac{\left| (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \mathbf{A}_{(k,i)}^i) \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^C \sum_{j=1}^K \left| (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \mathbf{A}_{(l,j)}^i) \mathbf{v}_{(l,j)} \right|^2 + \zeta_{(k,i)} + 1} \geq \tau_{(k,i)}, \quad \forall i, k \end{aligned} \quad (6)$$

其中, 由于考虑最差情况而导致约束项中出现  $\min$ 、目标函数中出现  $\max$ , 从而加大了问题求解的复杂性. 下面, 通过引入三角不等式和矩阵迹的相关知识<sup>[11]</sup>, 近似优化该波束成形问题.

首先, 化简式(6)的目标函数, 根据三角不等式  $|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$  和内积不等式  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \leq (\mathbf{a}, \mathbf{a})(\mathbf{b}, \mathbf{b})$ , 式(5)的优化函数化简如下

$$\begin{aligned} & \max_{\|\mathbf{A}_{(l,j)}^i\|^2 \leq \varepsilon_{(l,j)}^i} \left| (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \mathbf{A}_{(l,j)}^i) \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 \\ & \leq \left( \left| \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right| + \left| \mathbf{A}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right| \right)^2 \\ & = \left| \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \left| \mathbf{A}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + 2 \left| \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right| \left| \mathbf{A}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right| \\ & \leq \left| \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \left( \varepsilon_{(l,j)}^i + 2\sqrt{\varepsilon_{(l,j)}^i} \|\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i\| \right) \end{aligned} \quad (7)$$

式(6)中约束项的分母化简为

$$\begin{aligned} & \max_{\|\mathbf{A}_{(k,i)}^i\|^2 \leq \varepsilon_{(k,i)}^i} \left| (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \mathbf{A}_{(k,i)}^i) \mathbf{v}_{(l,i)} \right|^2 \leq \left| \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(l,i)} \right|^2 + \\ & \|\mathbf{v}_{(l,i)}\|^2 \left( \varepsilon_{(k,i)}^i + 2\sqrt{\varepsilon_{(k,i)}^i} \|\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\| \right) \end{aligned} \quad (8)$$

式(6)中约束项的分子化简为

$$\begin{aligned} & \min_{\|\mathbf{A}_{(k,i)}^i\|^2 \leq \varepsilon_{(k,i)}^i} \left| (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \mathbf{A}_{(k,i)}^i) \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 \\ & \geq \left( \left| \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right| - \left| \mathbf{A}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right| \right)^2 \\ & \geq \left| \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \left( \varepsilon_{(k,i)}^i - 2\sqrt{\varepsilon_{(k,i)}^i} \|\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\| \right) \end{aligned} \quad (9)$$

把式(7)~式(9)代入到式(6)中，得到

$$\begin{aligned} \min \quad & \max_{\|\mathbf{A}^i_{(l,j)}\|^2 \leq \varepsilon^i_{(l,j)}} \left\{ \sum_{i=1}^C \left\{ \sum_{k=1}^K \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)} \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \left( \varepsilon^i_{(l,j)} + 2\sqrt{\varepsilon^i_{(l,j)}} \|\bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)}\| \right) \right] \right\} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \min_{\|\mathbf{A}^i_{(k,i)}\|^2 < \varepsilon^i_{(k,i)}} \frac{\left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \left( \varepsilon^i_{(k,i)} - 2\sqrt{\varepsilon^i_{(k,i)}} \|\bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)}\| \right)}{\sum_{l=1, l \neq k}^K \left[ \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \mathbf{v}_{(l,i)} \right|^2 + \|\mathbf{v}_{(l,i)}\|^2 \left( \varepsilon^i_{(k,i)} + 2\sqrt{\varepsilon^i_{(k,i)}} \|\bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)}\| \right) \right]} \geq \tau_{(k,i)}, \forall i, k \end{aligned} \quad (10)$$

BS 进行波束成形设计时， $\varepsilon^i_{(k,i)}$  和  $\bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)}$  对 BS 而言是已知的，因此为了描述简洁起见，定义

$$\alpha^i_{(l,j)} = \varepsilon^i_{(l,j)} + 2\sqrt{\varepsilon^i_{(l,j)}} \|\bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)}\|, \quad \forall i, l, j \quad (11)$$

$$\beta^i_{(l,j)} = \varepsilon^i_{(l,j)} - 2\sqrt{\varepsilon^i_{(l,j)}} \|\bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)}\|, \quad \forall i, l, j \quad (12)$$

将式(11)和式(12)代入式(10)中，得到原波束成形问题式(6)的近似问题，表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{v}_{(k,i)}} \quad & \sum_{i=1}^C \left\{ \sum_{k=1}^K \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)} \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \right. \\ & \left. \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \alpha^i_{(l,j)} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \beta^i_{(k,i)} \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^K \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \mathbf{v}_{(l,i)} \right|^2 + \sum_{l=1, l \neq k}^K \alpha^i_{(k,i)} \|\mathbf{v}_{(l,i)}\|^2 + \varsigma_{(k,i)}} \geq \tau_{(k,i)}, \forall i, k \end{aligned} \quad (13)$$

#### 4 基于上下行链路对偶的波束成形问题

从式(13)可知，多小区下行大规模 MIMO 波束成形问题的优化变量  $\mathbf{v}_{(k,i)}$  之间相互耦合，求解比较复杂。而利用上下行链路对偶性，把求解下行发射波束成形优化问题变换到求解上行对偶链路接收波束成形问题，可以极大降低计算复杂度。基于此，本节利用拉格朗日对偶理论建立原波束成形问题式(13)的上下行链路对偶性。

式(13)可以变换为标准二阶锥规划 (SOCP, second-order cone programming) 问题，并利用标准凸优化工具包求解<sup>[12]</sup>。因此，式(13)是凸问题，其强对偶性成立。强对偶性使原问题的求解可以通过其拉格朗日对偶问题来求解。首先建立式(13)的拉格朗日函数

$$L(\mathbf{v}, \lambda) = \sum_{i=1}^C \left\{ \sum_{k=1}^K \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)} \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \right.$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \alpha^i_{(l,j)} + \sum_{k,i} \lambda_{(k,i)} \left[ \varsigma_{(k,i)} + 1 + \sum_{l=1, l \neq k}^K \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \mathbf{v}_{(l,i)} \right|^2 + \right. \\ & \left. \sum_{l=1, l \neq k}^K \alpha^i_{(k,i)} \|\mathbf{v}_{(l,i)}\|^2 - \frac{1}{\tau_{(k,i)}} \left( \left| \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \mathbf{v}_{(k,i)} \right|^2 + \beta^i_{(k,i)} \|\mathbf{v}_{(k,i)}\|^2 \right) \right] \\ & = \sum_{k,i} \lambda_{(k,i)} \left( \varsigma_{(k,i)} + 1 \right) + \sum_{k,i} \left( \mathbf{v}_{(k,i)} \right)^H \mathbf{A}_{(k,i)} \mathbf{v}_{(k,i)} \end{aligned} \quad (14)$$

其中， $\lambda_{(k,i)}$  为拉格朗日乘子，其满足  $\lambda_{(k,i)} \geq 0$ ， $\mathbf{A}_{(k,i)}$  表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{(k,i)} = & \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ \left( \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)} \right)^H \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,j)} + \alpha^i_{(l,j)} \right] + \\ & \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ \left( \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,i)} \right)^H \bar{\mathbf{h}}^i_{(l,i)} + \alpha^i_{(l,i)} \right] - \\ & \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha^i_{(k,i)} + \left( 1 + \frac{1}{\tau_{(k,i)}} \right) \left( \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} \right)^H \bar{\mathbf{h}}^i_{(k,i)} + \frac{1}{\tau_{(k,i)}} \beta^i_{(k,i)} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

根据拉格朗日对偶理论可知，对偶问题的目标函数为无约束条件下原问题拉格朗日函数的最小值，假设原问题式(13)的拉格朗日函数的最小值用  $g(\lambda)$  表示，可得

$$g(\lambda) = \min L(\mathbf{v}, \lambda) = \begin{cases} \sum_{k,i} \lambda_{(k,i)} \left( \varsigma_{(k,i)} + 1 \right), \\ \mathbf{A}_{(k,i)} \text{ 为半正定矩阵, } \forall k, i \\ \text{不存在, 其他} \end{cases} \quad (16)$$

由式(16)可知，仅当  $\mathbf{A}^{(k,i)}$  为半正定矩阵时， $L(\mathbf{v}, \lambda)$  有最小值，且最小值为  $\sum_{k,i} \lambda_{(k,i)} \left( \varsigma_{(k,i)} + 1 \right)$ 。所以原问题式(13)的拉格朗日对偶问题为

$$\begin{aligned} \max_{\lambda^{(k,i)}} \quad & \sum_{k,i} \lambda_{(k,i)} \left( \varsigma_{(k,i)} + 1 \right) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{A}_{(k,i)} \text{ 为半正定矩阵, } \forall k, i \end{aligned} \quad (17)$$

下面，将式(17)转换为上行对偶链路的接收波束成形问题。假设上行链路最优的接收波束成形向量为  $\bar{\mathbf{v}}^*_{(k,i)}$ ， $\mathbf{A}_{(k,i)}$  为半正定矩阵，根据半正定矩阵的定义为

$$\left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \mathbf{A}_{(k,i)} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^* \geq 0 \quad (18)$$

对式(18)变形, 写成分式形式, 表示为

$$\frac{\lambda_{(k,i)} \left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*}{\left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*} \leq \tau_{(k,i)} \quad (19)$$

将式(19)代入到式(17)中, 式(17)变换为

$$\begin{aligned} \max_{\lambda_{(k,i)}} & \sum_{i=1}^{i=C} \sum_{k=1}^{k=K} \lambda_{(k,i)} (\zeta_{(k,i)} + 1) \\ \text{s.t.} & \frac{\lambda_{(k,i)} \left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*}{\left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*} \leq \tau_{(k,i)}, \forall k, i \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)即为式(13)的对偶问题。

**引理 1** 多小区下行大规模 MIMO 发射波束成形问题式(20)可以通过求解上行对偶链路接收波束成形问题式(21)。

$$\begin{aligned} \min_{\lambda_{(k,i)}} & \sum_{i=1}^{i=C} \sum_{k=1}^{k=K} \lambda_{(k,i)} (\zeta_{(k,i)} + 1) \\ \text{s.t.} & \mathbf{A}_{(k,i)} \geq \tau_{(k,i)}, \forall k, i \end{aligned} \quad (21)$$

其中,  $\mathbf{A}_{(k,i)}$  表示为

$$\mathbf{A}_{(k,i)} = \max_{\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}} \frac{\lambda_{(k,i)} \left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}\right)^H \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}}{\left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}\right)^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}} \quad (22)$$

其中,  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}$  表示上行对偶链路接收波束成形向量,  $\lambda_{(k,i)}$  为上行链路中用户  $(k,i)$  的发射功率。

**证明** 对式(21)做简单的推导。对上行链路接收波束成形问题式(21)而言, 假设最优接收波束成形向量用  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*$  表示, 则  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*$  必然使上行链路的 SINR 最大, 即式(21)可变换为

$$\begin{aligned} \min_{\lambda_{(k,i)}} & \sum_{i=1}^{i=C} \sum_{k=1}^{k=K} \lambda_{(k,i)} (\zeta_{(k,i)} + 1) \\ \text{s.t.} & \frac{\lambda_{(k,i)} \left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*}{\left(\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*\right)^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ \left(\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + \left(\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i\right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*} \geq \tau_{(k,i)}, \forall k, i \end{aligned} \quad (23)$$

式(20)和式(23)中, 只有优化函数中  $\max$ 、 $\min$  和约束项中  $\leq$ 、 $\geq$  不相同, 不难证明, 当获得最优解时, 问题式(20)和式(23)的约束项等均式成立, 因此式(20)和式(23)具有相等的最优解。证明完毕。

## 5 迭代波束成形设计

根据第 4 节分析, 多小区下行大规模 MIMO 波束成形问题式(13)具有强对偶性。因此可以通过优化上行链路问题式(21), 然后将上行链路波束成形问题的解转换到下行链路发射波束成形问题的解, 即可获得原问题式(13)的解。

### 5.1 上行链路接收波束成形

若上行链路接收波束成形向量  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}$  确定, 则使问题式(21)获得最优值的  $\lambda_{(k,i)}$ , 必然使式(21)的约束项等式成立, 即

$$\lambda_{(k,i)} = \tau_{(k,i)}, \quad \forall k, i \quad (24)$$

把式(22)代入式(24)可以得到

$$\begin{aligned} & \lambda_{(k,i)} \frac{1}{\tau_{(k,i)}} (\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)})^H \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)} - \\ & (\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)})^H \left\{ \sum_{l=1, l \neq k}^K \lambda_{(l,i)} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)} \\ & = (\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)})^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}, \quad \forall k, i \end{aligned} \quad (25)$$

这样可以获得  $C \times K$  个等式组成的线性方程组, 通过求解这个线性方程组就能够得到  $\lambda_{(k,i)}$  的解。

$$\begin{aligned} & \lambda_{(k,i)} (\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)})^H \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)} \\ & \max_{\mathbf{v}_{(k,i)}} \frac{\left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \right.}{\left. \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}} \end{aligned} \quad (31)$$

式(31)是一个广义瑞利商问题, 因此

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)} = \arg \max_{\mathbf{v}_{(k,i)}} \frac{\lambda_{(k,i)} (\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)})^H \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}}{\left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + (\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}} \\ & = \lambda_{(k,i)} \Phi_{\max} \left\{ \mathbf{E}, \left( \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \mathbf{I} \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

下面来求解该线性方程组。首先, 将式(25)变换为

$$\lambda_i \mathbf{B}_i = \mathbf{D}_i, \quad \forall i \quad (26)$$

其中,  $\lambda_i \in C^{1 \times K}$ ,  $\mathbf{B}_i \in C^{K \times K}$ ,  $\mathbf{D}_i \in C^{1 \times K}$ , 分别定义为

$$\begin{aligned} & \lambda_i = \left[ \left( \lambda_{(1,i)} \right)^T, \dots, \left( \lambda_{(K,i)} \right)^T \right]^T \quad (27) \\ & \mathbf{B}_i = \begin{cases} \frac{1}{\tau_{(m,i)}} (\bar{\mathbf{v}}_{(m,i)})^H \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(m,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(m,i)}^i + \beta_{(m,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(m,i)}, & m = n \\ -(\bar{\mathbf{v}}_{(m,i)})^H \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(n,i)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(n,i)}^i + \alpha_{(n,i)}^i \right] \bar{\mathbf{v}}_{(m,i)}, & m \neq n \end{cases} \quad (28) \\ & \mathbf{D}_i = \left[ \left[ (\bar{\mathbf{v}}_{(1,i)})^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(1,i)} \right]^H, \dots, \right. \\ & \left. \left[ (\bar{\mathbf{v}}_{(K,i)})^H \left\{ \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=C} \sum_{l=1}^{l=K} \left[ (\bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] \right\} \bar{\mathbf{v}}_{(K,i)} \right]^H \right] \quad (29) \end{aligned}$$

根据式(26)可以得到

$$\lambda_i = \mathbf{D}_i [\mathbf{B}_i]^{-1}, \quad \forall i \quad (30)$$

通过上述分析结果可知, 若上行链路接收波束成形向量  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}$  是确定的, 那么可以根据式(30)获得最优的  $\lambda_{(k,i)}$ 。下面来求解上行链路接收波束成形向量  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}$ 。

若拉格朗日乘子  $\lambda_{(k,i)}$  确定, 则  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}$  可以由式(31)得到。

其中,  $\Phi_{\max}\{\cdot\}$  表示广义最大特征值对应的特征向量;  $\mathbf{E}$  定义为

$$\mathbf{E} = \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^{L=K} \left[ \left( \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i \right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,j)}^i + \alpha_{(l,j)}^i \right] + \sum_{l=1}^K \lambda_{(l,i)} \left[ \left( \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i \right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i + \alpha_{(l,i)}^i \right] - \lambda_{(k,i)} \left[ \alpha_{(k,i)}^i + \left( \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right] \quad (33)$$

### 5.2 下行对偶链路最优波束成形

下行链路最优发射波束成形  $\mathbf{v}_{(k,i)}^*$  与上行对偶链路最优接收波束成形  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*$  满足

$$\mathbf{v}_{(k,i)}^* = \mu_{(k,i)} \bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*, \mu_{(k,i)} > 0 \quad (34)$$

其中,  $\mathbf{v}_{(k,i)}^*$  与  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^*$  为线性关系, 若已知  $\mu_{(k,i)}$ , 即可获得  $\mathbf{v}_{(k,i)}^*$ 。下面来求解  $\mu_{(k,i)}$ 。当发射总功率与小区间泄露功率之和最小且满足 SINR 约束条件时, 多小区下行 MIMO 顽健波束成形问题式(20)即获得最优解  $\mathbf{v}_{(k,i)}^*$ ,  $\mathbf{v}_{(k,i)}^*$  必然使式(20)中的 SINR 约束条件中的等号成立。式(13)中的约束项取等式, 且将式(34)代入式(20)的约束项中, 得

$$\left( \left| \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \mathbf{v}_{(k,i)}^* \right|^2 + \beta_{(k,i)}^i \left\| \mathbf{v}_{(k,i)}^* \right\|^2 \right) \mu_{(k,i)} - \left( \sum_{l=1, l \neq k}^K \left| \bar{\mathbf{h}}_{(l,i)}^i \mathbf{v}_{(l,i)}^* \right|^2 + \sum_{l=1, l \neq k}^K \alpha_{(l,i)}^i \left\| \mathbf{v}_{(l,i)}^* \right\|^2 \right) \mu_{(l,i)} = \zeta_{(k,i)} + 1, \forall k, i \quad (35)$$

把上述  $C \times K$  个等式组成的线性方程组写成由  $C$  个矩阵等式组成的线性方程组形式为

$$\mathbf{F}_i \mathbf{u}_i = \mathbf{g}_i, \forall i \quad (36)$$

其中,  $\mathbf{F}_i \in \mathbb{C}^{K \times K}$ ,  $\mathbf{u}_i \in \mathbb{C}^{1 \times K}$ ,  $\mathbf{g}_i \in \mathbb{C}^{1 \times K}$  分别定义为

$$[\mathbf{F}_i]_{m,n} = \begin{cases} \left| \bar{\mathbf{h}}_{(m,i)}^i \bar{\mathbf{v}}_{(m,i)}^* \right|^2 + \beta_{(m,i)}^i \left\| \bar{\mathbf{v}}_{(m,i)}^* \right\|^2, & m = n \\ - \left( \sum_{l=1, l \neq k}^K \left| \bar{\mathbf{h}}_{(m,i)}^i \bar{\mathbf{v}}_{(n,i)}^* \right|^2 + \sum_{l=1, l \neq k}^K \alpha_{(m,i)}^i \left\| \bar{\mathbf{v}}_{(n,i)}^* \right\|^2 \right), & m \neq n \end{cases} \quad (37)$$

$$\mathbf{g}_i = \left[ \left( \zeta_{(1,i)} + 1 \right)^T, \dots, \left( \zeta_{(K,i)} + 1 \right)^T \right]^T \quad (38)$$

$$\mathbf{u}_i = \left[ \left( u_{(1,i)} \right)^T, \dots, \left( u_{(K,i)} \right)^T \right]^T \quad (39)$$

根据式(36)可以得到

$$\boldsymbol{\mu}_i = (\mathbf{F}_i)^{-1} \mathbf{g}_i, \forall i \quad (40)$$

综上所述, 波束成形问题式(13)的迭代求解算法过程如下所示。

**步骤 1** 初始化。令迭代次数  $t = 0$ , 初始化拉格朗日乘子  $\lambda_{(k,i)}^{(t)} = 0, \forall k, i$ ; 根据式(32)得到  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^{(t)}$ 。

**步骤 2** 求解上行链路问题。令  $t = t + 1$ , 根据式(30)计算  $\lambda_{(k,i)}^{(t)}$ , 若满足  $\sum_{k,i} \left| \lambda_{(k,i)}^{(t)} - \lambda_{(k,i)}^{(t-1)} \right| \leq \xi$  ( $\xi > 0$  且任意小), 则停止迭代, 转到步骤 3; 否则, 根据式(32)计算  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)}^{(t)}$ , 继续执行步骤 2。

**步骤 3** 转换到下行对偶链路: 根据式(40)计算  $\boldsymbol{\mu}_i$ , 根据式(34)计算  $\mathbf{v}_{(k,i)}^*$ 。

### 5.3 复杂度分析

接下来, 比较本文所提算法和使用 SOCP 求解算法<sup>[13]</sup>的计算复杂度。计算复杂度主要考虑算法所需的浮点运算次数, 在这里, 本文忽略矩阵相加、相减等运算, 根据文献[9]可知:  $N \times N$  复矩阵求逆运算需要  $\frac{4}{3}N^3$  次浮点运算,  $M \times N$  复矩阵与

$N \times P$  复矩阵相乘需要  $2MNP$  次浮点运算,  $N \times N$  复矩阵对的广义最大特征值对应的特征向量求解需要  $14N^3$ 。本文算法一次迭代过程主要包括  $\bar{\mathbf{v}}_{(k,i)} =$

$$\lambda_{(k,i)} \Phi_{\max} \left\{ \mathbf{E} \left( \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i \right)^H \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \beta_{(k,i)}^i \mathbf{I} \right\} \text{ 和 } \lambda_i = \mathbf{D}_i [\mathbf{B}_i]^{-1},$$

如表 1 所示, 本文算法一次迭代的算法复杂度为  $O(CKM^3)$ 。而文献[6]利用 SOCP 工具包求解下行链路波束成形问题, 其需要优化  $CKM^2$  个目标变量, 根据 SOCP 算法复杂性分析<sup>[11]</sup>, 文献[13]所提 SOCP 算法的每次迭代的算法复杂度为  $O(C^2KM^4)$ 。因此, 本文所提算法每次迭代的计算复杂度小于文献[13]所提 SOCP 算法。结合第 6 节的算法迭代次数的分析可知, 本文所提算法总的计算复杂度要远小于文献[13]所提 SOCP 算法。

表 1 本文算法和 SOCP 算法的复杂度分析

算法	算法步骤	浮点运算
本文算法	计算 $\lambda_{(k,i)}$	$\frac{4}{3}CK^3 + 2CK^2$
	求解 $\mathbf{v}_{(k,i)}$	$14CKM^3$
	总的浮点运算	$\frac{4}{3}CK^3 + 2CK^2 + 14CKM^3$
SOCP 算法	总的浮点运算	$C^2KM^4 + CKM^2$

## 6 数值分析

为了验证本文所提基于 QoS 的多小区下行 TDD 大规模 MIMO 顽健波束成形算法的性能，本文采用 Monte Carlo 进行仿真分析。本文考虑 3BS 的情况，用户随机分布在小区中。本文选择 SINR 约束下最小化发射信号功率以及泄露功率之和的波束成形算法<sup>[13]</sup>、SINR 约束下最小化发射信号功率的顽健波束成形算法<sup>[14]</sup>和本文所提算法进行比较。图中文献[13]所提算法用 Non-Robust-New 表示，文献[14]所提算法用 Robust-Conventional 表示。

信道建模为平坦衰落信道，信道矩阵  $\mathbf{h}_{(k,i)}^i = \alpha_{(k,i)}^i \bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i + \mathbf{A}_{(k,i)}^i$ ，其中， $\alpha_{(k,i)}^i$  表示大尺度衰落， $\alpha_{(k,i)}^i = B \frac{\Phi_{(k,i)}^i}{(d_{(k,i)}^i)^l}$ ， $d_{(k,i)}^i$  是基站  $i$  到  $U_{(k,i)}$  的距离， $l$  是路径损耗指数， $\Phi_{(k,i)}^i$  表示阴影衰落， $B$  是依赖于天线特性和平均信道损耗的常数。 $\bar{\mathbf{h}}_{(k,i)}^i$  表示小尺度衰落，其元素为相互独立且为零均值、单位方差复高斯随机变量。主要仿真参数设置如表 2 所示。下面分别从可行性、收敛性和能量效率 3 个指标对所提算法进行验证。

表 2 主要仿真参数

参数	数值
BS 天线数 $M$	64
用户数 $K$	4
用户天线数	1
BS 间距离	1 km
路径损耗	$34.5 + 38 \lg(d_{(i,k)}^i)$
对数阴影衰落方差	8 dB

### 6.1 可行性

图 2 仿真了算法的可行性概率。当算法找到发射波束成形最优解，且最优解下的发射功率不大于基站的最大发射功率，则该最优解是可行的最优解。可行性概率是多次信道实现时，取可行最优解的次数与总信道实现次数的比值。本文仿真了 1 000 次信道实现、信道误差  $\varepsilon=0.1$  下的可行性概率。从图 2 可知，当随着 SINR 的增大，本文算法可行性概率下降较为平缓，而在 SINR 目标高于 14 dB 的时候，Robust-Conventional 算法可行性概率很低。

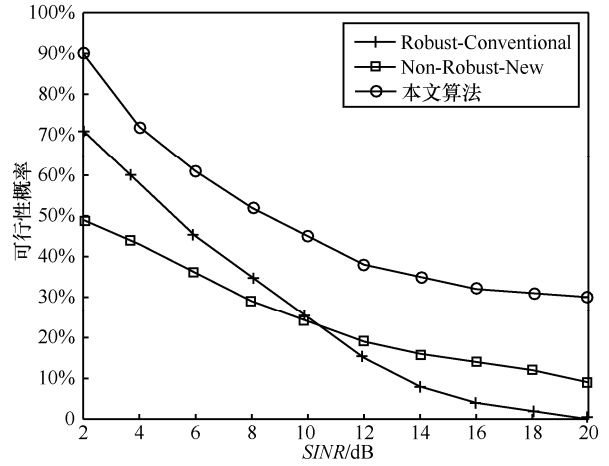


图 2 可行性分析

### 6.2 收敛性

图 3 给出了算法的收敛特性。本文仿真了 SINR=10 dB、 $\varepsilon=0.1$  时的收敛特性，纵坐标定义为归一化收敛系数  $\eta$ ，其中， $\eta = \frac{|p_{(n)} - p^*|}{p^*} \times 100\%$ ， $p_{(n)}$  表示第  $n$  次迭代时的平均发射功率， $p^*$  表示算法达到最优解时平均发射功率。从图 3 可以看出，在迭代初期，本文算法和 Robust-Conventional 的收敛速度非常快，而 Non-Robust-New 收敛速度相对较慢；同时，本文算法需迭代 7 次就能使  $\eta$  小于 10%，而 Non-Robust-New 需要 11 次迭代。

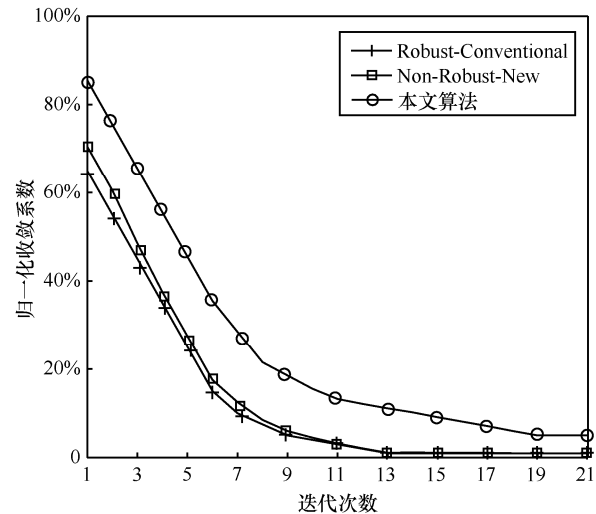


图 3 收敛特性分析

### 6.3 能量效率

图 4 和图 5 给出了信道误差确定下的平均发射功率  $P$  与 SINR 的关系。信道误差  $\varepsilon=0.1$ ，图 4 设定 BS 天线数  $M=64$ ，图 5 设定 BS 天线数  $M=128$ 。从

图 4 可以看出，本文算法的能量效率高于 Robust-Conventional 和 Non-Robust-New，特别地，当 BS 发射功率无限大时，本文算法能够达到的 SINR 目标为 23 dB，相比 Robust-Conventional 和 Non-Robust-New 分别提升了 9 dB 和 6 dB。其原因是随着 SINR 目标增加，BS 会加大发射功率，而由此导致小区间泄露功率增加，间接使小区间干扰增大，而 Robust-Conventional 无法有效抑制小区干扰功率，因此，其平均发射功率急剧增大。图 5 仿真了  $M=128$  时发射总功率与 SINR 的关系，与 BS 天线数  $M=64$  相比，本文算法、Non-Robust-New、Robust-Conventional 能够达到的最大 SINR 目标分别提升了 3 dB、4 dB 和 1 dB。可见，随着 BS 采用的 MIMO 天线数  $M$  的增加，本文算法和 Non-Robust-New 能够有效提升能量效率。

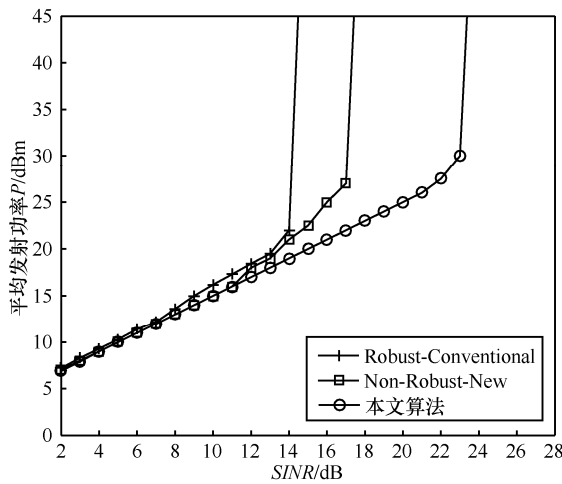


图 4 平均发射功率与 SINR 的关系( $M=64$ )

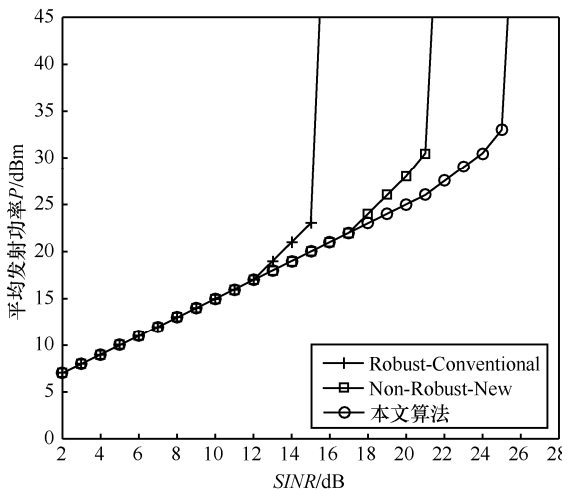


图 5 平均发射功率与 SINR 的关系( $M=128$ )

图 6 给出了  $SINR=10$  dB 时平均发射功率  $P$  与信道误差  $\epsilon$  的关系。仿真结果表明，当  $\epsilon \leq 0.09$  时，本文算法与 Non-Robust-New 的平均发射功率小于 Robust-Conventional；当  $\epsilon > 0.09$  时，Robust-Conventional 的发射功率性能比 Non-Robust-New 稍好，特别地，当  $\epsilon = 0.14$  时，本文算法的发射功率相比 Robust-Conventional 和 Non-Robust-New 分别减小了 2 dBm 和 6 dBm。其原因是， $\epsilon$  增大时，信道不确定性增大，而本文算法与 Robust-Conventional 考虑补偿信道误差，经过波束成形后，用户接收到的残留干扰更小，因此，所需发射功率更小。

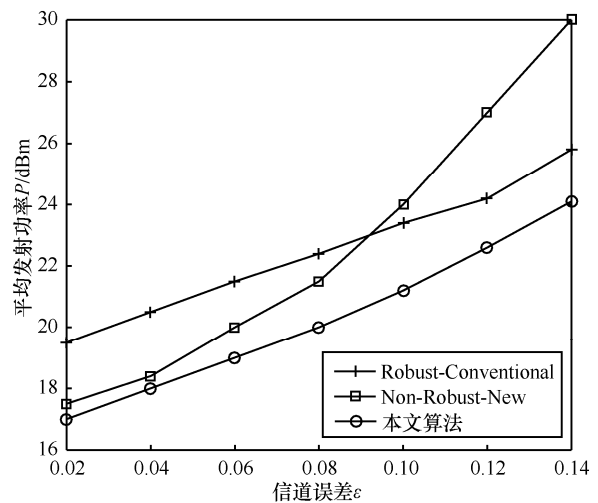


图 6 平均发射功率与信道误差的关系

### 7 结束语

本文研究了基于 QoS 的多小区下行 TDD 大规模 MIMO 系统的顽健波束成形问题。该波束成形问题以 SINR 作为约束条件，优化目标函数为信号泄露功率与发射总功率之和，本文首先根据矩阵相关理论将目标问题近似成标准的凸优化问题，然后，利用拉格朗日对偶理论，建立了针对该波束成形问题的上下行链路对偶性，并提出一种内外层迭代算法求解上行链路对偶问题。该算法能够有效避免多小区波束成形问题中优化变量之间的耦合性。数值分析结果表明，所提算法在算法复杂度和能量效率方面具有明显优势。

### 参考文献:

[1] LARSSON E, EDFORS O, TUFVESSON F. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 186-195.

- [2] WANG B, CHANG Y, YANG D. On the SINR in massive MIMO networks with MMSE receivers[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(11): 1979-1982.
- [3] 何世文, 黄永明, 杨绿溪. 基于公平性对偶理论的多小区下行协同波束成形算法[J]. 通信学报, 2013, 1(34): 69-76.  
HE S W, HUANG Y M, YANG L X. Multi-cell downlink coordinated beam forming algorithm based on fairness duality theory[J]. Journal on Communications, 2013,1(34): 69-76.
- [4] 李新民, 邱玲. 大规模 MIMO 系统中基于溢出概率的稳健波束设计[J]. 电子与信息学报, 2015, 4(37): 848-854.  
LI X M, QIU L. Robust coordinated beamforming design based on outage probability for massive MIMO[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2015, 4(37): 848-854.
- [5] 董明科, 李应博, 万达, 等. 基于干扰和功率控制的多小区分布式波束成形[J]. 电子学报, 2015, 3(43): 597-600.  
DONG M K, LI Y B, WANG D, et al. Distributive beamforming design in multicell downlinks using interference and power control[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(3): 597-600.
- [6] HE S W, HUANG Y M, SHI Y R, et al. Coordinated multicell beamforming for massive multiple-input multiple-output systems based on uplink-downlink duality[J]. IET Journals & Magazines, 2016, 10(17):2380-2390.
- [7] DARTMANN G, GONG X, AFZAL W, et al. On the duality of the max-min beamforming problem with per-antenna and per-antenna-array power constraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(2): 606-619.
- [8] SUBBASH L, MOHAMAD A, MEROUANE D. Coordinated multicell beamforming for massive MIMO: a random matrix approach[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(6): 3387-3412.
- [9] LE T A, NAKHAI M R. Downlink optimization with interference pricing and statistical CSI[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 6(61): 2339-2349.
- [10] HE S W, HUANG Y M, LU Y, et al. Resource efficiency: a new beamforming design for multicell multiuser systems[J]. IEEE Journals & Magazines, 2016, 8(65): 6063-6074.
- [11] GOLUB H, LOAN C. Matrix computations[M]. Johns Hopkins University Press, 1996.
- [12] TSHANGINI M, NAKHAI M R. Second-order cone programming for robust downlink beamforming with imperfect CSI[C]//Global Telecommunications Conference. 2013: 3452-3457.
- [13] MATI T, MOHAMMAD R N. Second-order cone programming for robust downlink beamforming with imperfect CSI[C]//Global Communications Conference. 2013: 3452-3457.
- [14] SHEN C, CHANG T H, WANG K Y, et al. Distributed robust multicell coordinated beamforming with imperfect CSI: an ADMM approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6): 2988-3003.

#### 作者简介:



曹杰 (1990-), 男, 江西九江人, 东华理工大学助教, 主要研究方向为无线通信中的预编码、波束成形技术。



廖勇 (1982-), 男, 四川自贡人, 博士, 重庆大学副研究员、硕士生导师, 主要研究方向为宽带无线通信与网络、飞行器测控与通信等。



沈轩帆 (1994-), 男, 云南昆明人, 重庆大学硕士生, 主要研究方向为无线通信信道估计。